Ensino de álgebra linear: traços de uma pesquisa

Linear algebra teaching: traces of a research

Graciela Moro[1]
Floriano Augusto Veiga Viseu[2]
Ivanete Zuchi Siple[3]

Resumo

Este estudo é um recorte da fase inicial de uma pesquisa de doutorado e tem por objetivo conhecer a prática de ensino de álgebra linear na Universidade do Estado de Santa Catarina – UDESC e as dificuldades que os professores enfrentam no ensino dessa disciplina. Na procura de compreendermos o significado que os professores dão à sua prática de ensino, adotamos uma abordagem qualitativa e interpretativa. Os dados foram coletados a partir de entrevistas semiestruturadas com professores da instituição que ensinam ou já ensinaram a disciplina. Os resultados mostram que, embora a prática de ensino seja essencialmente expositiva, os professores utilizam abordagens diferenciadas para apresentar e sistematizar os conteúdos. As principais dificuldades relatadas são a abstração e a contextualização dos conteúdos. Esperamos que os resultados do estudo contribuam para a realização de propostas de práticas inovadoras de álgebra linear, que ajudem os professores a melhorar sua prática.

Palavras-chave: Álgebra Linear. Prática de Ensino. Aprendizagem.

Linha Temática: Educação Matemática

1 Introdução

A álgebra linear é um campo de estudo muito importante e de grande aplicabilidade. Além de constituir uma ferramenta teórica dentro de vários domínios da matemática, os seus conteúdos estão contemplados em problemas de diversas áreas de conhecimento. Porém, o ensino e a aprendizagem da álgebra linear são considerados por professores e estudantes como sendo uma

1 Professora do Departamento de Matemática do Centro de Ciências Tecnológicas da UDESC, Joinville, SC, Brasil. E-mail: gracimoro@gmail.com
2 Professor do Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho, Braga, Portugal. E-mail: fviseu@ie.uminho.pt
3 Professora do Departamento de Matemática do Centro de Ciências Tecnológicas da UDESC, Joinville, SC, Brasil. E-mail: ivazuchi@gmail.com

experiência difícil devido às dificuldades manifestadas pelos alunos nesta disciplina (DORIER, 2002; HILLEL, 2000). Geralmente, a álgebra linear é a primeira disciplina que os alunos têm contato com uma maior estrutura axiomática, exigindo deles elevados níveis de abstração e rigor matemático. Assim, muitas vezes, o nível de formalismo dessa disciplina não permite aos estudantes estabelecer conexões com o que já sabem de matemática. A abordagem axiomática acaba provocando nos estudantes o sentimento de estarem aprendendo um tema que não lhes parece ser significativo.

Algumas pesquisas nacionais, como a de Celestino (2000), e internacionais, como a de Dorier (2000), apontam altos índices de reprovação na disciplina de álgebra linear em cursos da área de ciências exatas. Na UDESC, a álgebra linear também tem altos índices de reprovação e uma consequente evasão dos alunos.

A disciplina de álgebra linear exige que os alunos aprendam a sua natureza conceitual, com as suas características de abstração e formalismo e a centralidade da prova. No entanto, ainda são poucos os trabalhos que auxiliam os professores a desenvolverem suas práticas de ensino nessa disciplina. A literatura aponta que o foco de estudo em álgebra linear está muito mais voltado para a aprendizagem dos estudantes do que para as questões do ensino (TREFFERT-THOMAS; JAROWSKI, 2015). Nessa direção, a fim de propor e experimentar práticas de ensino de álgebra linear com o propósito de minimizar as dificuldades dos alunos e favorecer a aprendizagem na disciplina, considerou-se necessário conhecer como os professores da UDESC ensinam álgebra linear e quais são as suas dificuldades no ensino dessa disciplina. Aqui trazemos um recorte dessa fase inicial da pesquisa de doutorado, apresentando alguns dos resultados das seguintes questões: Como são as práticas dos professores da UDESC que ensinam álgebra linear? Quais são as dificuldades dos professores da UDESC em ministrar essa disciplina?

2 Ensino e aprendizagem de álgebra linear

Diversos estudos e iniciativas têm sido realizados tanto para entender quanto para minimizar os obstáculos em relação aos processos de ensino e aprendizagem de álgebra linear. Alguns destes estudos referem que os obstáculos em relação à aprendizagem em álgebra linear são atribuídos à sua natureza teórica e abstrata (DORIER, 2000) e também à "abordagem formal e essencialmente algébrica adotada por professores e presente na maioria dos livros didáticos dessa disciplina" (FRANÇA, 2007, p. 2). Além disso, os estudos mostram que são obstáculos para a aprendizagem as deficiências em lógica elementar, teoria de conjuntos e a falta de habilidades em provar resultados matemáticos (BRITTON; HENDERSON, 2009).

Uhlig (2002) destaca que um dos aspectos mais importantes da matemática moderna é o desenvolvimento da prova formal, que aconteceu no século XIX, mas que muitas vezes não é totalmente apreciada nem mesmo por matemáticos. Não devemos nos surpreender com a rejeição desse formalismo por parte dos estudantes, visto que a inserção desse desenvolvimento intelectual relativamente recente é uma tarefa muito delicada, inclusive para o professor. Segundo Uhlig, não se pode ter sucesso partindo do ensino de uma sequência rigorosa fundamentada na Definição-Lema-Prova-Teorema-Prova-Corolário, sendo necessário preparar os alunos lentamente para a prova e o rigor matemático. Um bom começo, segundo o autor, é explorar os conteúdos intuitivamente com questões do tipo: "O que acontece se? Por que isso acontece? Como ocorrem casos diferentes? O que é verdadeiro aqui? Se estas questões forem exploradas em profundidade na especificidade de um assunto, nós poderíamos obter ganhos nos teoremas" (UHLIG, 2002, pp. 337-338). Essa sequência de apresentação do conteúdo pode levar os alunos a entenderem, construírem, raciocinarem, apreciarem os pontos essenciais do raciocínio axiomático e, posteriormente, prepará-los mentalmente para a sequência axiomática.

Outra dificuldade está relacionada com as múltiplas representações usadas para apresentar conceitos de álgebra linear. Nesse sentido, Hillel (2000) apontou como dificuldades conceituais para a aprendizagem linear dessa disciplina a existência de diferentes modos de descrição (linguagens) – o abstrato, o algébrico e o geométrico (por exemplo, um vetor pode ser representado geometricamente como uma seta, algebricamente como uma linha ou coluna de números ou símbolos, ou de forma abstrata como um elemento de um espaço vetorial), e a existência de vários modos de representação, os quais possibilitam ao estudante diferentes perspectivas sobre um mesmo conceito (por exemplo, uma transformação linear pode ser representada matricialmente em diferentes bases).

Diante de toda a problemática em relação às dificuldades de aprendizagem em álgebra linear, como ensinar álgebra linear? Qual o foco que deve ser dado às demonstrações? Como promover a abstração? Qual a metodologia mais adequada para favorecer os processos de ensino e aprendizagem? Qual a contribuição que pode ser dada pelo uso de recursos tecnológicos? Não temos respostas para todos esses questionamentos, mas as suas reflexões nos movem, como educadores, na busca de práticas que possam facilitar os processos de ensino e aprendizagem dessa disciplina. A reflexão dessa prática deve contemplar questões relacionadas com o currículo, uso de metodologias diferenciadas, em particular incorporando ferramentas tecnológicas no ensino, dentre outras.

Essa preocupação não é recente. No início dos anos 90, nos EUA, um grupo de educadores universitários, chamado *Linear Algebra Curriculum Study Group* (LACSG), preocupados em tornar a álgebra linear mais acessível a todos, produziu um conjunto de recomendações para um primeiro curso de álgebra linear (CARLSON et al, 1993): (1) o programa de álgebra linear deveria responder a necessidade do público alvo da disciplina; (2) considerar as matrizes como eixo principal; (3) os professores deveriam considerar as necessidades e interesses dos estudantes; (4) os professores deveriam ser encorajados a utilizar a

tecnologia; (5) ao menos um “segundo curso” em teoria matricial/álgebra linear deveria ser altamente prioritário para todo currículo de matemática.

Na França, nos anos 80, uma reforma no currículo da matemática foi proposta para modificar a relação entre teoria e aplicações, organizando o ensino em torno de alguns problemas maiores, reequilibrando perspectivas qualitativas e quantitativas, formalizando só o que for necessário e quando necessário, promovendo uma abordagem construtivista da aprendizagem (HAREL; TRGALOVÁ, 1996).

Day e Kalman (1999), após participarem num grupo de estudos envolvendo pesquisadores/educadores no *Park City Mathematics Institute* (PCMI) em Princeton, cuja questão de estudo foi “Como ensinar álgebra linear?”, ponderam que não existe um caminho certo para ensinar álgebra linear, que existem problemas em relação à aprendizagem da disciplina que talvez nunca sejam resolvidos e que é necessário reconhecer que dependendo do contexto existem conteúdos e métodos mais adequados. Na mesma perspectiva do LACSG, afirmam que é importante conhecer quem é o público alvo da disciplina e quais as disciplinas que estes alunos vão cursar e que necessitam de álgebra linear, para então dialogar com os professores destas disciplinas e discutir que tópicos de álgebra linear esperam que os seus alunos aprendam.

Em relação à utilidade da geometria para facilitar a compreensão dos conceitos de álgebra linear, Gueudter-Chartier (2004) destaca que a geometria pode ajudar, mas deve ser usada com muito cuidado nos cursos de álgebra linear, pois pode facilitar o entendimento de conceitos em $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$ e gerar dificuldades no entendimento das generalizações desses conceitos. Assim, a autora sugere que a álgebra linear não seja construída como uma simples generalização da geometria, mas que seja associada a vários domínios matemáticos como polinômios, funções, sequências, etc.

Recentemente a nível nacional, também foi lançado um documento (SBEM, 2013) produzido por uma comissão paritária de representantes da Sociedade

Brasileira de Matemática (SBM) e da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) que traz recomendações em relação ao foco que deve ser dado ao ensino de álgebra linear nos cursos de Licenciatura em Matemática do Brasil, ressaltando a importância deste domínio da matemática na formação do futuro professor de matemática. O documento chama a atenção que vários dos tópicos de álgebra linear estão presentes no currículo do ensino médio, como funções, matrizes, determinantes e sistemas lineares, porém nem sempre são explorados de forma adequada. Muitas vezes os professores pouco sabem o significado das operações com matrizes, das operações com as linhas de uma matriz durante um escalonamento ou do cálculo de um determinante, se limitam apenas ao cálculo mecanizado, ou raramente exploram os conceitos de linearidade dos fenômenos descritos por função usando regressão linear. Assim, um estudo cuidadoso da interpretação destes conceitos e do seu significado geométrico é fundamental para a formação do futuro professor.

Um recurso para lidar com as dificuldades dos alunos encontra-se na prática de ensino. A prática de ensino de álgebra linear ainda é marcada pela apresentação de definições e teoremas, seguidos de exemplos e de exercícios (TREFFERT-THOMAS; JAWROSKI, 2015). Nessa perspectiva, a pesquisa de Barros et al. (2014), realizada com professores que ensinam álgebra linear em algumas instituições portuguesas de ensino superior, evidenciou que dentre as metodologias de ensino de álgebra linear, destacam-se as aulas teóricas, a exposição de conteúdos e a resolução de exercícios pelo professor. Nas aulas de caráter prático se destaca a resolução individual de exercícios pelos alunos e é bastante utilizada a exploração de conceitos do ponto de vista geométrico tanto nas aulas teóricas como práticas.

Por outro lado, há na literatura exemplos que descrevem alternativas para o ensino tradicional. Estas alternativas incluem, por exemplo, a exploração intuitiva e geométrica antes da teoria formal ser introduzida (UHLIG, 2002), ênfase na linguagem da álgebra linear a partir da escrita de diário de bordo, blogs, como

meio de envolver os alunos com os conceitos de álgebra linear (HAMDAN, 2005). Outra alternativa para contribuir com os processos de ensino e aprendizagem é o uso das tecnologias. Andrade (2010) refere a importância do uso de abordagens com registros geométricos no ensino da álgebra linear por permitir a visualização de diferentes características dos objetos matemáticos, não perceptíveis nos registros de natureza algébrica.

Um dos grandes desafios do ensino de álgebra linear é inovar a prática tradicional do professor. O trabalho colaborativo entre os professores pode se revelar um caminho propício para a mudança, pois possibilita a reflexão, a troca de experiências, a discussão de novas ideias e o compartilhamento de materiais. É nesse ambiente de discussão que surgem ideias para práticas diferenciadas e inovadoras. Pesquisas realizadas *sobre* e *com* professores evidenciam que o trabalho colaborativo representa um contexto altamente favorável à aprendizagem e ao desenvolvimento profissional do professor (BOAVIDA; PONTE, 2002). É esse caminho que queremos trilhar na pesquisa de doutorado.

3 O contexto da pesquisa

Quando se ensina uma disciplina de matemática, considera-se que os alunos trazem conhecimentos prévios do nível de ensino anterior. No Brasil, a álgebra linear não é usualmente ensinada em nível pré-universitário sendo seu conteúdo novo para os estudantes, com exceção de tópicos de matrizes, determinantes e sistemas lineares. Na UDESC, o conhecimento destes tópicos não é assumido no curso de álgebra linear, assim o currículo de álgebra linear da maioria dos cursos envolve os conteúdos: matrizes, determinantes, sistemas lineares, espaços vetoriais, transformações lineares, operadores lineares, autovalores e autovetores e produto interno. Alguns cursos têm conteúdos de geometria analítica e álgebra linear numa única disciplina. Independentemente de ser álgebra linear ou álgebra linear com geometria analítica, a carga horária total da disciplina é de 72 aulas (aulas de 50 minutos), decorrendo 4 aulas por semana.

Há centros de ensino da UDESC que têm um único curso com a disciplina de álgebra linear em sua grade curricular, neste caso os professores de álgebra linear conseguem trabalhar a disciplina voltada para as necessidades do público alvo. Já nos cursos do Centro de Ciências Tecnológicas, as turmas não são exclusivas por curso, então numa turma pode ter, tanto alunos de cursos de licenciatura, quanto de ciência da computação ou engenharia, sendo necessário os professores trabalharem a disciplina de forma mais generalista.

4 Metodologia

No presente estudo, participaram 15 professores da UDESC que ensinam ou já ensinaram álgebra linear, com uma média de 6 anos e meio de experiência. Destes professores, 14 têm formação inicial em matemática. Com o sentido de compreender o significado que os professores dão à sua prática no ensino de álgebra linear e as dificuldades que enfrentam, adotamos uma abordagem qualitativa e interpretativa dos dados (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Com cada um destes professores foi realizada uma entrevista semiestruturada, a qual foi gravada sob o consentimento livre e esclarecido de cada entrevistado e, posteriormente, foi feita a transcrição das mesmas. A entrevista foi constituída por 21 questões organizadas em 3 dimensões: formação; prática profissional e ensino de álgebra linear. Este estudo centra-se apenas em duas questões da dimensão “ensino de álgebra linear”: (1) Como costuma ensinar álgebra linear? Como introduz um dado tópico de álgebra linear? E como os desenvolve?; (2) Sente dificuldade em ensinar algum conteúdo de álgebra linear? Se sim, qual conteúdo e porquê?

Para a interpretação dos dados criamos categorias (BARDIN, 2004), a partir de características semelhantes presentes no discurso dos entrevistados.

5 Apresentação dos resultados

Na análise das entrevistas, observamos que a metodologia de ensino que os professores utilizam é a tradicional (Tabela 1), com a exposição do conteúdo alternada com a resolução de exercícios realizada pelo professor. Mesmo nas aulas de caráter mais prático, a maioria dos professores trabalha de forma expositiva e poucos propõem a resolução de exercícios em sala de aula.

Tabela 1. Metodologias de ensino utilizadas pelos professores

	Número de professores
Exposição dos conteúdos pelo professor	15
Exploração do formalismo	9
Exploração de conceitos a partir do conhecimento prévio dos alunos	2
Exploração da motivação dos alunos para o estudo dos conceitos	5
Exploração de conceitos em conexão com a geometria	6
Resolução de exercícios pelo professor	15
Resolução de exercícios pelo aluno	5

Fonte: Dados da pesquisa, 2016.

Ao introduzir os conteúdos de álgebra linear, há professores que utilizam a sequência descrita por UHLIG (2002), “Definição-Lema-Prova-Teorema-Prova-Corolário”, seguido de exemplos e exercícios, como expressam os professores P2 e P12.

> P2: Sou muito direto, muito seco, eu vou realmente pela teoria. Um ou outro conteúdo eu começo pela prática no início, mas geralmente começo com a parte da teoria, vou desenvolvendo, demonstrando o que deve ser demonstrado.
>
> P12: A disciplina de álgebra linear é essencialmente teórica, a possibilidade de visualizações gráficas fica um pouco deficiente em função do próprio conteúdo que nós temos que discutir. Em geral eu sigo o padrão comum: definições, teoremas, propriedades, exemplos, exercícios.

Mesmo tendo a prática tradicional, alguns professores se preocupam em questionar os alunos sobre o conhecimento prévio e aplicações do conteúdo, ou motivá-los, dando uma visão de onde aquele tópico será usado, seja em outras

disciplinas ou na resolução de problemas do dia a dia, como relatam os professores P3 e P13.

> P3: Por exemplo, quando falo de matrizes, explico um pouco de matrizes, depois pergunto: Vocês sabem por que matrizes são importantes? É importante por causa disso... têm aplicações na computação... na geometria diferencial, e a geometria diferencial está ligada a computação gráfica, por exemplo. De repente a pessoa quer saber a aplicação de sistemas no mercado financeiro... Procuro falar sobre essas coisas. Contextualizo o que eu posso, mas meu conhecimento é bastante limitado quanto a isso.

> P13: Explico, por exemplo, o que são matrizes. Questiono os alunos quanto a importância de se estudar matrizes. Explico que é importante para estudar sistemas de equações. Quando falo de determinantes, questiono: Mas afinal o que é determinante? Será que o próprio termo determinante não diz tudo? O que vocês entendem por determinante? Dependendo do valor que vocês têm é "determinante" para que o sistema tenha uma solução, infinitas soluções ou nenhuma.

Por outras vezes, ao introduzirem o conteúdo, inicialmente tentam fazer alguma relação com o conhecimento dos alunos advindo da geometria analítica, partindo de exemplos em duas ou três dimensões, para então fazer a generalização dos conceitos, como exemplificam as afirmações dos professores P7 e P1.

> P7: Dependendo do conceito, parto de algum exemplo que tenha sido visto em geometria analítica e que depois vai ter uma versão geral para um outro espaço vetorial.

> P1: Sempre que possível então faço essa relação com o que os alunos já sabem muitas vezes da geometria analítica. Por exemplo para trabalhar com o conceito de independência linear e dependência linear sempre explorava os conceitos de vetores colineares e coplanares que são da geometria analítica, nesse espírito generalizava para o conceito de vetores LIs e LDs.

Os professores resolvem muitos exercícios em sala de aula. Como a disciplina é muito teórica, eles acreditam que esta metodologia ajuda no entendimento dos conteúdos.

> P9: Inicio, às vezes, dando um exemplo. Mas geralmente é pelas definições, dou uma definição e começo a trabalhar aquela definição, dou exemplos, depois disso vem os resultados, teoremas. Procuro dar bastantes exemplos, além dos exemplos dos livros, crio alguns exemplos na hora.

> P11: Eu trabalho bastante com exercícios, não que eu não trabalhe com a parte teórica, não tem como trabalhar exercício sem a parte teórica.

Poucos professores propõem exercícios para os alunos resolverem em sala de aula, o que leva a questionar se essa metodologia auxilia o aluno na aprendizagem de álgebra linear. Qual é o papel do aluno quando o professor resolve um exercício passo a passo sem tempo para ele refletir sobre a proposição dada? Que tipo de aprendizagem estamos priorizando, a procedural ou conceitual? Estas questões são importantes na reflexão de elementos que constituem a nossa prática como professores de álgebra linear.

Quando questionados sobre as dificuldades que têm em ensinar algum conteúdo de álgebra linear, a maioria dos professores apontou que as dificuldades que enfrentam não são em relação ao domínio do conteúdo, mas em como ensinar os conteúdos, que são abstratos, de forma que os alunos possam entendê-los, como destaca o professor P12.

> P12: Com relação ao meu domínio do conteúdo não. O que acontece é na hora de apresentar o conteúdo para os alunos que são conteúdos conceituais eu percebo que os alunos têm dificuldade de entender. Tento me fazer ser bem entendido pelos alunos mas mesmo que você dê uma explicação muito boa, como aquilo é tão conceitual e tão abstrato, os alunos têm dificuldade de atingir esse entendimento.

Dentre os conteúdos de álgebra linear, oito professores destacam o espaço vetorial como o que é mais difícil de ensinar aos alunos por conta da natureza abstrata (DORIER, 2000) e da aplicação contextualizada desse conceito, como comentam os professores P1, P4 e P14.

> P1: Tem alguns conteúdos que são difíceis de explicar, por exemplo, espaços vetoriais, por ser muito mais genérico, a dificuldade em fazer o aluno entender este conceito.
>
> P4: Espaços vetoriais. Não é o ensinar, não é o conteúdo, mas responder a questão: Para que eu vou usar?
>
> P14: Na parte de espaços vetoriais, subespaços vetoriais...que são definições teóricas. Eu não tenho dificuldade em explicar o conteúdo, o conteúdo é muito tranquilo, mas em fazer um link mais prático, é porque gosto disso e acho que o aluno sente falta disso.

Tais percepções indiciam a valorização de práticas tradicionais, mais centradas na atividade do professor do que do aluno (MIZUKAMI, 1986;).

6 Considerações finais

Neste estudo verificou-se que os professores participantes da pesquisa lecionam a disciplina de álgebra linear essencialmente de forma tradicional, ou seja, a metodologia utilizada para abordar tanto a parte teórica como a prática é a expositiva, o que é corroborado por Barros et al. (2014). Entretanto, eles recorrem a abordagens diferenciadas para apresentar o conteúdo desta forma. Alguns seguem a linha 'definição, teorema, propriedades, exemplos'; outros, antes dessa sequência, tentam motivar os alunos para o estudo dos conteúdos falando um pouco das aplicações na resolução de problemas ou aplicações no conteúdo de outras disciplinas. Há professores que nessa motivação inicial tentam resgatar os conhecimentos prévios, sejam do ensino médio ou da geometria analítica, por meio de questionamentos ou por conexões entre dos conceitos utilizados. Os questionamentos são relativos à importância e à aplicação dos conceitos e as conexões são estabelecidas quando trabalham com exemplos, primeiro em duas e três dimensões, para depois generalizar os resultados.

Observamos que a maior dificuldade que os professores enfrentam no ensino de álgebra linear é lidar com a dificuldade dos alunos em relação à abstração devido à natureza teórica e formal (DORIER, 2000) da disciplina. Alguns professores revelam ter dificuldades em responder aos alunos a finalidade de conteúdos em estudo e também em mostrar aos alunos a importância da abstração. Devido à dificuldade dos alunos dessa capacidade, o conteúdo que os professores revelam ser mais difícil de ensinar é o de espaços vetoriais. Alguns professores já utilizaram alternativas diferentes para ensinar este tópico, mas ainda não encontraram a forma ideal, se é que ela existe.

Esperamos que estes resultados possam contribuir para a realização de propostas de práticas inovadoras de álgebra linear, caminho esse que estamos percorrendo numa pesquisa de doutorado em andamento.

Referências

ANDRADE, Juliana P. G. **Vetores**: interações à distância para aprendizagem de Álgebra Linear. 2010.125 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2004.

BARROS, Paula M.; FERNANDES, José A.; ARAÚJO, Cláudia M. **O ensino de álgebra linear nos institutos politécnicos segundo a visão dos professores**. 2014. Disponível em < http://hdl.handle.net/1822/32502>. Acesso em: 05 jul. 2016.

BOAVIDA, Ana M.; PONTE, João P. Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. In GTI (Org.), **Reflectir e investigar sobre a prática profissional**. Lisboa: APM, p. 43-55, 2002.

BOGDAN, Robert C., BIKLEN, Sari K. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BRITTON, Sandra; HENDERSON, Jenny. Linear algebra revisited: an attempt to understand students conceptual difficulties. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology** . Vol. 40, nº 7, p. 963–974, 2009.

CARLSON, David, JOHNSON, Charles, LAY, David, PORTER, A. Duane. The Linear Algebra Curriculum Study Group Recommendations for the First Course in Linear Algebra. **College Mathematics Journal**, 24, p. 41-46, 1993.

CELESTINO, Marcos R. **Ensino-aprendizagem da Álgebra linear**: as pesquisas brasileiras na década de 90. 2000. 114 f. Dissertação Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2000.

DAY, Jane M.; KALMAN, Dan. Teaching linear algebra: what are the questions? American University, USA, Washington, 1999. Disponível em: < http://www1.american.edu/academic.depts/cas/mathstat/People/kalman/pdffiles/questions.pdf>. Acesso em: 07 jul. 2016.

DORIER, Jean L. (Org.). **On the teaching of linear algebra**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.

DORIER, Jean L. Teaching Linear Algebra at University. **ICM,** 2002. Vol. III. 1 – 3.

FRANÇA, Michele. **Conceitos fundamentais de Álgebra Linear**: uma abordagem integrando geometria dinâmica. 2007. 139 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

GUEUDET-CHARTIER, Ghislaine. Should we teach linear algebra through geometry? **Linear Algebra and its Applications**, 379, p. 491-501, 2004.

HAMDAN, May. Nonlinear learning of linear algebra: active learning through journal writing. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, 36(6), p. 607-615, 2005.

HAREL, Guershon, TRGALOVÁ, Jana. Higher Mathematics Education. In: A. J. bishop et al. (eds.), International Handbook of Mathematics Education. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, p. 675-700, 1996.

HILLEL, Joel. Modes of description and the problem of representation in linear algebra. In: J. L. Dorier (Ed.), **On the teaching of linear algebra**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, p. 191-207, 2000.

MIZUKAMI, Maria G. N. **Ensino**: as abordagens do processo. São Paulo, EPU, 1986.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – SBEM. A formação do professor de matemática no curso de licenciatura: reflexões produzidas pela comissão paritária SBEM/SBM. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Boletim SBEM, n. 21, fevereiro, p. 1-42, 2013.

TREFFERT-THOMAS, Stephanie; JAWROSKI, Barbara. Developing mathematics teaching: what can we learn from the literature? In: Grove, M. et al (eds.) Transitions in Undergraduate Mathematics Education. University of Birmingham; Higher Education Academy, p. 259-276, 2015.

UHLIG, Frank. The Role of Proof in Comprehending and Teaching Elementary Linear Algebra. **Educational Studies in Mathematics**, 50, p. 335–346, 2002.